Aussagenlogik

// bewertete Formel ← Formel = Aussageform

Aussage: Behauptung, der eindeutig ein Wahrheitswert zugeordnet werden kann

Negation	„nicht"	$\neg A$	
Konjunktion	„und"	$A \land B$	
Disjunktion	„oder"	$A \lor B$	
Äquivalenz	„genau dann"	$A \Leftrightarrow B$	
Implikation	„wenn-dann"	$A \Rightarrow B$	$\Leftrightarrow (\neg B) \Rightarrow (\neg A)$

Prämisse / Konklusion / Kontraposition

~~Mächtigkeit~~ „Anzahl" $\#A$

Tautologie / allgemeingültige Formel:
Formel, die für alle Bewertungen wahr ist

Widerspruch / Kontradiktion / unerfüllbare Formel:
Formel, die für alle Bew. falsch ist

$$\neg(A \land B) \Leftrightarrow (\neg A) \lor (\neg B)$$
$$\neg(A \lor B) \Leftrightarrow (\neg A) \land (\neg B)$$
$$A \land (A \lor B) \Leftrightarrow A \lor (A \land B)$$

← Satz

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B) \Rightarrow (\neg A)$$

A	B	$A \Leftrightarrow B$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	W

Definition

A	B	$A \Rightarrow B$
W	W	W
W	F	F
F	W	W
F	F	W

Mengen

$\exists$ "es existiert"

$\forall$ "für alle"

$x \in M$

„x Element von M"

„x liegt in M"

$x \notin M$

„x liegt nicht in M"

- aufzählende Schreibweise $M := \{a; b; c\}$
- Beschreibende Darstellung $M := \{h \text{ ist ein Haus} \mid h \text{ hat 2 Etagen}\}$

$A \subseteq B$

Teilmenge — Obermenge → Inklusion

Gleichheit möglich

Gleichheit nicht möglich

$A \subset B$ $A \subsetneq B$ ← echte Teilmenge

Vereinigung: $A \cup B := \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$

Durchschnitt: $A \cap B := \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$

Differenz: $A \setminus B := \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$

Komplement (von B in A): $C_A(B) := A \setminus B$ wobei $B \subseteq A$

Potenzmenge: alle Teilmengen von M

$\#M = n$

$\#\mathcal{P}(M) = 2^n$

(kartesisches) Produkt: $A \times B := \{(x, y) \mid x \in A \text{ und } y \in B\}$

disjunkte Mengen: $A \cap B = \emptyset$

Mächtigkeit: $\#A$ $(= |A|)$

Kartesisches Produkt:

$M \times N$: Menge geordneter Tupel

$M \times N = \{(x, y) \mid x \in M, y \in N\}$

bzw. $M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_n = \{(x_1, x_2, \ldots x_n) \mid x_1 \in M_1, x_2 \in M_2, \ldots x_n \in M_n\}$

Morgansche Regeln

$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

sei $N \subseteq M$,

- $M \setminus N \subseteq M$
- $M \setminus N = N^C = CN = C_M(N) = \bar{N}$

Zahlenmengen

Intervalle:

- offenes Intervall $\boxed{(a;b) := \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}}$
- abgeschlossenes Intervall $\boxed{[a;b] := \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}}$
- rechtsoffenes Intervall $\boxed{[a;b) := \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}}$
- linksoffenes Intervall $\boxed{(a;b] := \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}}$

↳ beschränkte Intervalle

$\updownarrow$

unbeschränkte Intervalle

$\boxed{(a;\infty)}$

$\boxed{(-\infty;b]}$

$\boxed{(-\infty;\infty) := \mathbb{R}}$

ausgeartetes Intervall

$\boxed{[a;a] = \{a\}}$ → ein Element

Quantoren

$A(x)$: Aussage, die sich auf Elemente der Menge M bezieht

- $\boxed{\exists x \in M : A(x)}$ Existenzquantor ("mindestens ein x")
- $\boxed{\forall x \in M : A(x)}$ Allquantor ("gilt für alle x")

für $M = \emptyset$: $\boxed{\exists x \in M : A(x)}$ Falsch

$\boxed{\forall x \in M : A(x)}$ Wahr

Satz → $$\boxed{\begin{aligned} \neg(\forall x : A(x)) &\Longleftrightarrow (\exists x : \neg A(x)) \\ \neg(\exists x : A(x)) &\Longleftrightarrow (\forall x : \neg A(x)) \end{aligned}}$$ $\boxed{\Longleftrightarrow \nexists x : A(x)}$